

Hjälpmedel: formelblad

Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren ska förenklas maximalt.

1. Beräkna

a) $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \cos(3x) dx,$ (0.2)

b) $\int_2^6 \frac{1}{x^3} dx,$ (0.2)

c) $\int_{-1}^5 \frac{x+3}{x+2} dx,$ (0.3)

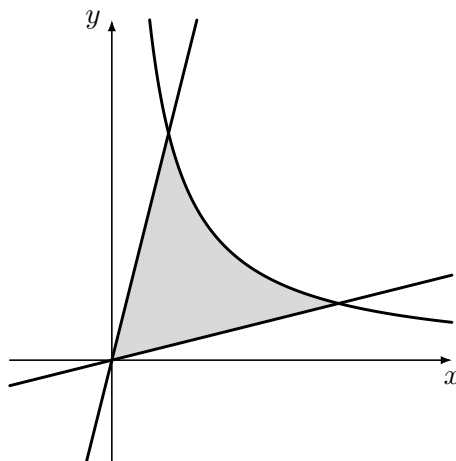
d) $\int_2^{\infty} xe^{-x^2} dx.$ (0.3)

2. Lös begynnelsevärdesproblemen

a) $(x^2 + 1)yy' = x, \quad y(0) = 1,$ (0.5)

b) $y' - y = e^x \ln x, \quad y(1) = 0.$ (0.5)

3. a) I koordinatsystemet nedan är kurvan $y = \frac{1}{x}$ samt linjerna $y = \frac{x}{4}$ och $y = 4x$ inritade. Beräkna arean av det skuggade området. (0.5)



b) Beräkna volymen av den kropp som genereras då området mellan x -axeln och kurvan

$$y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 9}}, \quad 0 \leq x \leq \sqrt{3},$$

roterar kring x -axeln. (0.5)

VAR GOD VÄND!

4. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' - 3y' + 2y = e^x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1. \quad (1.0)$$

5. a) Bestäm Maclaurinpolynomet av ordning 4 till funktionen

$$f(x) = \ln(1+x) \arctan\left(\frac{x}{2}\right),$$

och beräkna även $f^{(4)}(0)$. (0.6)

b) Låt

$$G(x) = \int_x^{x^2} \frac{\sin(\pi t)}{t} dt,$$

och beräkna $G'(\frac{1}{2})$. (0.4)

6. En motorbåt färdas med hastigheten 10 m/s då motorn plötsligt slutar fungera. Från detta ögonblick utsätts båten endast av en bromsande kraft som är proportionell mot hastigheten i kvadrat, vilket innebär att

$$\frac{dv}{dt} = -kv^2,$$

där $v(t)$ är båtens hastighet i meter per sekund vid tiden t sekunder, och k är en positiv konstant. Efter 4 sekunder har båtens hastighet sjunkit till 5 m/s. Hur långt glider båten under den första minuten efter motorhaveriet? (1.0)

LYCKA TILL!