

Hjälpmedel: formelblad

Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren ska förenklas maximalt.

1. Beräkna

a) $\int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx,$ (0.2)

b) $\int_{-1}^3 \frac{x}{x^2 + 1} dx,$ (0.2)

c) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx,$ (0.3)

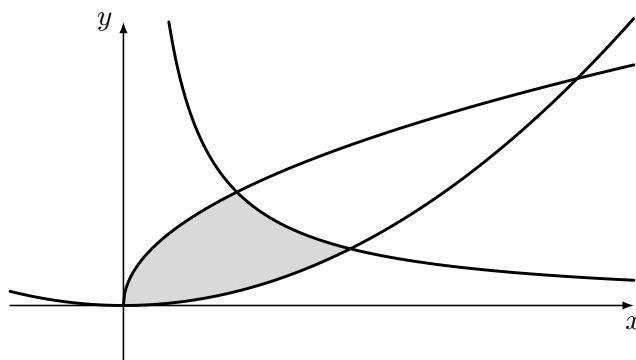
d) $\int_0^2 \frac{x^2 - 2}{x + 1} dx.$ (0.3)

2. Lös begynnelsevärdesproblemen

a) $yy' = xe^{-x^2}, \quad y(0) = 1,$ (0.5)

b) $xy' - y = x + 1, \quad x > 0, \quad y(1) = 0.$ (0.5)

3. a) I koordinatsystemet nedan är kurvorna $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$ samt $y = \frac{x^2}{8}$ inritade. Beräkna arean av det skuggade området. (0.5)



b) Beräkna volymen av den kropp som genereras då området mellan x -axeln och kurvan

$$y = \sqrt{x}e^x, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

roterar kring x -axeln. (0.5)

VAR GOD VÄND!

4. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' + y' - 2y = (6x - 1)e^x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 3. \quad (1.0)$$

5. a) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{3x} - \ln(1+x)}{1 - \cos(2x)}. \quad (0.5)$$

b) Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_0^{\infty} e^{-x} \cos x \, dx. \quad (0.5)$$

6. Bestäm, i den mån sådana existerar, det största och det minsta värdet av funktionen

$$f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} \frac{3-t^2}{1+t^2} dt,$$

då $x \geq 0$. (1.0)

LYCKA TILL!