

Hjälpmedel: formelblad

Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren ska förenklas maximalt.

1. Beräkna

a) $\int_0^1 x e^x dx,$ (0.3)

b) $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx,$ (0.3)

c) $\int_3^8 \frac{4}{(x-2)(x+2)} dx.$ (0.4)

2. Lös begynnelsevärdesproblemen

a) $y'' - 3y' - 4y = 4,$ $y(0) = y'(0) = 2,$ (0.6)

b) $y' = 2xy^2,$ $y(1) = 1.$ (0.4)

3. Beräkna volymen av den kropp som genereras då området mellan x -axeln och kurvan

$$y = \cos x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2},$$

roterar kring

a) x -axeln, (0.5)

b) y -axeln. (0.5)

4. a) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cos(2x) - \arctan(3x)}{x^3}. \quad (0.5)$$

b) Bestäm Maclaurinpolynomet av ordning 3 till funktionen

$$f(x) = e^x \ln(1 + 2x). \quad (0.5)$$

VAR GOD VÄND!

5. En tank innehåller ursprungligen 100 liter saltlösning med koncentrationen 0,01 kg salt per liter. Vid en viss tidpunkt startar en process varvid saltlösning med koncentrationen 0,15 kg salt per liter pumpas in i tanken med hastigheten 4 liter per minut, samtidigt som lösning avtappas från tanken med samma hastighet (så att volymen vätska i tanken förblir densamma). Bestäm ett uttryck för hur mycket salt det finns i tanken efter t minuter från att processen påbörjats. (Antag att lösningen i tanken hela tiden är väl blandad.) (1.0)
6. Är följande generaliserade integral konvergent? Beräkna i så fall värdet.

$$\int_0^{\infty} \frac{x+3}{x^3+x^2+x+1} dx \quad (1.0)$$

LYCKA TILL!