

*Hjälpmedel: FORMELBLAD.*

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar.

Alla svar ska förenklas maximalt.

1. Beräkna följande gränsvärden

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\cos 3x}$ ,      b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sin 3x}$ ,      c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7^x - x + 1}{x^7 + 7^{x+1}}$ ,      (0.2/st)

d)  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^t - 1}{5t}$ ,      e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{4n} \right)^{2n}$ .

2. a) Beräkna och förenkla  $\sum_{k=2}^{\infty} \left( \frac{3}{7} \right)^k$ .      (0.3)

b) Vad är koefficienten för  $x^5$  i polynomet  $(2+x)^{12}$ ?      (0.3)

c) Bestäm inversen  $f^{-1}(x)$  till funktionen  $f(x) = \sqrt{5x+1}$ ,  $0 \leq x \leq 3$ .      (0.4)  
Ange inversens definitionsmängd.

3. a) Beräkna absolutbeloppet och argumentet av  $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{5i \cdot (2+2i)}$ .      (0.5)

b) Lös ekvationen  $z^2 + 2iz = -6 - 24i$ .      (0.5)

4. Bestäm eventuella asymptoter och lokala extrempunkter      (1.0)

till funktionen  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - x - 2}$ . Skissera kurvan.

5. a) Beräkna  $f''(1)$  om  $f(x) = 2\sqrt{x} + \arctan 2x$ .      (0.5)

b) Bestäm största och minsta värdet till funktionen      (0.5)

$f(x) = \ln x + \frac{e}{x}$  i intervallet  $[1, e^2]$ .

**Var god vänd!**

6. Man gjuter en rektangulär vattenreservoar med konstant djup (1.0)  
med volymen  $972 \text{ m}^3$ . Reservoarens ena sida är dubbelt så lång  
som den andra. Bestäm dimensionerna så att arean av reservoarens  
insida (inklusive botten) blir minimal.  
Anmärkning:  $729 = 9^3$ .

**Slut!**