

Hjälpmedel: FORMELBLAD.

**Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar.  
Alla svar ska förenklas maximalt.**

1. Beräkna följande gränsvärden

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 7}{(x - 2)^2}$  (0.2)

b)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{2x}$  (0.2)

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{e^{6x} - 1}$  (0.3)

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} 2x - \sqrt{7 + 4x^2}$  (0.3)

2. a) Beräkna  $\sum_{k=1}^{10} 7 \cdot 2^{-k}$ . (0.3)

b) Utveckla  $(2 - x)^6$ . (0.3)

c) Bestäm ekvationen för **tangenten** till kurvan (0.4)

$y = 3e^{x^2 - 2x} + 4$  i punkten  $x_0 = 2$ .

3. a) Lös ekvationen  $z^3 = 4\sqrt{2} - i4\sqrt{2}$ . Svaret får ges i polär form. (0.4)

b)  $z = -2i$  är en rot till ekvationen  $z^4 + 2z^3 + 6z^2 + 8z + 8 = 0$ . (0.6)  
Lös ekvationen fullständigt.

4. Bestäm eventuella asymptoter och lokala extrempunkter (1.0)  
till funktionen  $y = x - 2 \arctan x$ . Skissera kurvan.

5. a) Låt  $f(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$ . Beräkna  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ . (0.5)

b) Visa olikheten  $\frac{1}{x} - 1 > -2 \ln(x + 1)$  för  $x > 0$ . (0.5)

6. En plåtlåda utan lock har rektangulära sidoytor och bottenyta. (1.0)  
Bottenytans längd och bredd förhåller sig som 2:1.  
Den totala plåtarean är  $A$ , d v s en konstant.  
Beräkna den största volym en sådan låda kan ha.

**SLUT!**