

Hjälpmedel: FORMELBLAD.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar.
Alla svar ska förenklas maximalt.

1. Beräkna

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2^x - 3}{x^{12} + \ln x - 9 \cdot 2^x}$ (0.2)

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi + \sin x}{\cos x}$ (0.2)

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{\frac{n}{4}}$ (0.3)

d) $\sum_{k=2}^{\infty} 5^{-k}$ (0.3)

2. a) Beräkna absolutbeloppet av $z = \frac{(3+4i)2i}{(1-i\sqrt{3})}$. (0.2)

b) Skriv talet $-\sqrt{3} + i$ på polär form, därefter beräkna $(-\sqrt{3} + i)^{15}$. (0.4)

Svara på formen $x + iy$.

c) Lös ekvationen $z^2 = -15 - 8i$. (0.4)

3. Derivera följande funktioner

a) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{2}{\sqrt{x}}$ (0.2)

b) $f(x) = e^{\sin 2x}$ (0.2)

c) $f(x) = (\arctan 3x)^2$ (0.3)

d) $f(x) = \sqrt{\ln(3x+5)}$ (0.3)

4. a) Bestäm konstanten k så att funktionen $y = \begin{cases} \ln x, & x \leq 1 \\ kx+1, & x > 1 \end{cases}$ (0.2)

blir kontinuerlig. Rita kurvan.

b) Bestäm inversen f^{-1} till funktionen $f(x) = \frac{2}{x-1}$, $x > 1$ (0.3)

Ange även inversens definitionsmängd.

c) Bestäm största och minsta värde till funktionen (0.5)
 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$, $0 \leq x \leq 2$

Var god vänd!

5. Bestäm eventuella asymptoter och lokala extrempunkter (1.0)

till funktionen $y = \frac{x^2}{25-5x}$. Skissera kurvan.

6. Tangenten till kurvan $y = 1 - x^2$, $x > 0$ bildar tillsammans med de positiva (1.0)
koordinataxlarna en triangel. Bestäm minsta möjliga area hos denna triangel.

SLUT!