

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar.
Alla svar ska förenklas maximalt.

1. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^6 + 4x - 2}{x^4 - x^3 + 2^x}$, b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + 4x - 2}{x^4 - x^3 + 2^x}$, c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x}{\sin 2x}$, (0.2/st)

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} 2 \arctan x$, e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

2. a) Skriv talet $\sqrt{2} \cdot e^{\frac{3\pi}{4}i}$ på formen $x + iy$. (0.2)

b) Beräkna $(1 + i\sqrt{3})^9$. Svara på formen $x + iy$. (0.3)

c) Ange på formen $x + iy$ lösningen till ekvationen $(2 - i)z^2 = 2 + 29i$. (0.5)

3. a) Lös ekvationen $\arccos 2x = \frac{\pi}{6}$. (0.2)

b) Beräkna $f'(1)$ om $f(x) = 2\sqrt{x} + \arctan 2x$. (0.3)

c) Lös ekvationen $f'(x) = 0$ om $f(x) = (\sin x)^2 + \cos x$. (0.5)

4. Bestäm eventuella asymptoter och lokala extrempunkter (1.0)

till funktionen $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x-2}$. Skissera kurvan.

5. a) Härled med hjälp med definitionen derivatan av funktionen $f(x) = \ln x$. (0.4)

b) Bestäm **tangenten** och **normalen** till kurvan $y = (x^3 - 2) \cdot e^{-x} + 3$ (0.6)
i punkten med x-koordinaten 0.

Var god vänd!

6. Energiförbrukningen E under flygning ($\text{Jg}^{-1}\text{km}^{-1}$) har uppmätts för en australiensisk fågelart (*Melopsittacus undulatus*). (1.0)

E beror av fågelns fart enligt följande uttryck:

$$E(v) = k \cdot \frac{1}{v} \left((v - 35)^2 + 296 \right) \text{ där } k \text{ är en positiv konstant och } v \text{ är farten i km/h.}$$

Vilken fart är den mest energiekonomiska, d v s för vilket värde på v är energiförbrukningen lägst.

Ledning: $\sqrt{1521} = 39$.

Slut!