

1. $-\frac{1}{14}$.

2. $-ab^2$.

3. $3x^2 - 15x - 2 = 3\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} - \frac{2}{3} = 3\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{83}{12} = 3\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{83}{4}$.

4. $-\frac{1}{2} - i$.

5. $-9 < x < 5$.

6. $y = 3x - 2$.

7. $\sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{700} + \sqrt{2} - \sqrt{28} = \sqrt{2 \cdot 9} - \sqrt{16 \cdot 2} + \sqrt{7 \cdot 100} + \sqrt{2} - \sqrt{4 \cdot 7}$
 $= 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 10\sqrt{7} + \sqrt{2} - 2\sqrt{7} = 8\sqrt{7}$

8. $-\sqrt{3}$.

9. $a(b - f) - fb = 0 \Leftrightarrow b = \frac{af}{a - f}$, $b = 9$.

10. $x = \frac{\pi}{9} + n \cdot \frac{2\pi}{3}$ eller $x = \frac{2\pi}{9} + n \cdot \frac{2\pi}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$.

11. $\frac{7}{x-1} = 5 + \frac{4}{x} \Leftrightarrow \frac{7}{x-1} = \frac{5x+4}{x} \Leftrightarrow 7x = (x-1)(5x+4) \Leftrightarrow 5x^2 - 8x - 4 = 0$

Vi löser ekvationen $x^2 - \frac{8}{5}x - \frac{4}{5} = 0$ $5x^2 - 8x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ eller $x = -\frac{2}{5}$

Svar: $x = 2, -\frac{2}{5}$.

12. Polynomdivision ger $\frac{x^4 - 2x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 1} = k(x) + \frac{r(x)}{x^2 + 1}$.

Svar: $k(x) = x^2 - 2x$ och $r(x) = 2x - 1$.

13. $2 \cdot (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ Sätt $t = 2^x$ och vi får

$$2t^2 - 5t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \text{ eller } \frac{1}{2}.$$

$$1) 2^x = \frac{1}{2} = 2^{-1} \Leftrightarrow x = -1 \quad 2) 2^x = 2 \Leftrightarrow x = 1.$$

Svar: $x = 1, -1$.

14. Vi vet att $\cos 2v = \cos^2 v - \sin^2 v$, bestämmer $\cos^2 v = 1 - \sin^2 v = 1 - \left(-\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{48}{49}$

$$\text{Då får vi } \cos 2v = \frac{48}{49} - \frac{1}{49} = \frac{47}{49}$$

Svar: $\cos 2v = \frac{47}{49}$.

15. $\sqrt{4 - 6x - x^2} = x + 4$ (1) (Kvadrering) $\Rightarrow 4 - 6x - x^2 = (x + 4)^2$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -6 \text{ eller } -1.$$

En kontroll i ekv. (1) ger att bara $x = -1$ duger.

Svar: $x = -1$.

16. $3\bar{z} - (2 + i) \cdot z = -5 + 16i$. Med $z = x + iy$ och därmed $\bar{z} = x - iy$ får vi

$$3(x - iy) - (2 + i)(x + iy) = -5 + 16i \Leftrightarrow 3x - 3iy - (2x + 2iy + ix - y) = -5 + 16i \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 3x - 3iy - 2x - 2iy - ix + y = -5 + 16i$$

Jämförelse av realdel och imaginärdel ger ekvationssystemet:

$$\begin{cases} x + y = -5 \\ -x - 5y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{9}{4} \\ y = -\frac{11}{4} \end{cases}$$

Svar: $z = x + iy = -\frac{9}{4} - \frac{11}{4}i$.

17. $\lg(x + 3) + \lg 5 - 2\lg(x - 2) = \lg 2$ (1) $\Leftrightarrow \lg(x + 3) + \lg 5 = 2\lg(x - 2) + \lg 2$ som ger

$$\lg(5(x + 3)) = \lg(2(x - 2)^2). \text{ Vi får ekvationen } 5(x + 3) = 2(x - 2)^2 \Leftrightarrow$$

$$2x^2 - 13x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 7, -1/2.$$

En kontroll i ekv. (1) ger att bara $x = 7$ duger.

Svar: $x = 7$.

18. Polynomt kan skrivas $-((x^2)^2 - 5x^2 + 4)$. Sätt $x^2 = t$ och lös ekvationen

$$t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 4, 1. \text{ Detta ger } t^2 - 5t + 4 = (t - 4)(t - 1).$$

$$\text{Vi får nu } -(x^4 - 5x^2 + 4) = -(x^2 - 4)(x^2 - 1) = -(x + 2)(x - 2)(x + 1)(x - 1)$$

enligt konjugatregeln.

Svar: $-(x + 2)(x - 2)(x + 1)(x - 1)$.

19. $\cos x + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \cos x + 2\sin x \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x(1 + 2\sin x) = 0.$
 $\Leftrightarrow \cos x = 0$ eller $\sin x = -1/2.$

1) $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}.$

2) $\sin x = -1/2 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi$ eller $x = \frac{7\pi}{6} + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}.$

Svar: $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$ eller $x = -\frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi, x = \frac{7\pi}{6} + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}.$

20. $\frac{2x+5}{x-3} \geq -1 \Leftrightarrow \frac{2x+5}{x-3} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x+5+x-3}{x-3} \geq 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \frac{3x+2}{x-3} \geq 0 \quad \text{Sätt } f(x) = \frac{3x+2}{x-3}$

Teckenschema

x		$-2/3$		3	
$3x+2$	-	0	+		+
$\frac{1}{x-3}$	-		-	odef.	+
$f(x)$	+		-	odef.	+

Svar: $x \leq -2/3$ eller $x > 3.$

SLUT!